

Voyage Mathématique

En classe de Collège

Olivier ARROUCH



Langage littéral ● Théorème de Pythagore ● Proportionnalité ●
Pyramides et cônes ● Notation scientifique ● Équations ●
Puissances ● Graphiques ● Probabilités ●
Théorème de Thalès

Embarquement

Bienvenu à bord de ce livre, pour un voyage mathématique en quatrième, depuis la fin de 5e jusqu'en début de 3e.

Nous partirons à la découverte de nouvelles connaissances, à travers 10 aventures humaines et scientifiques propices à la curiosité, aux échanges et au travail collectif et personnel.

Nous rencontrerons des mathématiciens célèbres mais aussi des artisans égyptiens ou des architectes et scientifiques contemporains.

A leur côté, nous apprendrons des techniques et des langues nouvelles et consoliderons nos nouveaux savoirs et savoir-faire.

En route, et belle lecture.



AU PROGRAMME

1/ LE LANGAGE LITTÉRAL



2/ LE THÉORÈME DE PYTHAGORE



3/ LA PROPORTIONNALITÉ



4/ LES PYRAMIDES ET CÔNES



5/ L'ÉCRITURE SCIENTIFIQUE



6/ LES ÉQUATIONS ET L'ALGÈBRE



7/ LES PUISSANCES



8/ LES GRAPHIQUES



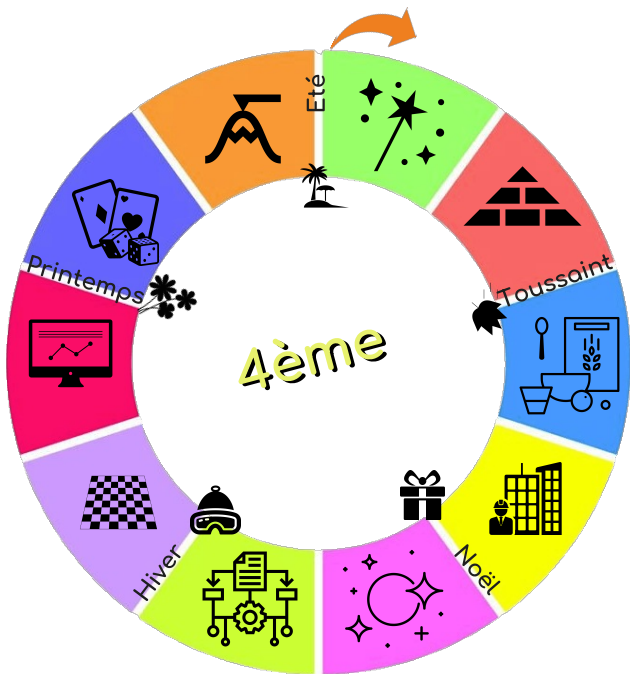
9/ LES PROBABILITÉS



10/ LE THÉORÈME DE THALÈS



NOTRE PARCOURS



Langage littéral ● Théorème de Pythagore ●
Proportionnalité ● Pyramides et cônes ●
Notation scientifique ● Équations ●
Puissances ● Graphiques ● Probabilités ●
Théorème de Thalès



Le langage littéral

des nombres et des lettres

Le langage littéral est la langue des Mathématiques.

Il s'agit d'ajouter aux nombres et aux opérations, des symboles et des lettres pour désigner des quantités que l'on ne connaît pas ou que l'on cherche.

Cette langue mêlant des chiffres et des lettres est universelle pour échanger et prouver en Mathématiques.

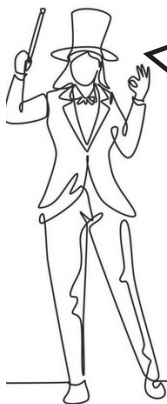
AVENTURE 1



Math & Magie

Quand les Mathématiques
expliquent la magie !

Notre professeur a réussi à deviner le nombre trouvé par un élève de la classe, à partir du tour suivant :



pense à un nombre
Ajoute Un
Double
Ajoute Quatre
Divise par 2
Soustrais ton nombre

Écris et dépose ton résultat
dans mon chapeau !

QUEL EST SON
SECRET ?

L'astuce de ce tour de magie est que cette "recette" de calculs donne toujours le même résultat.

Pourquoi ?

Afin de prouver cela, il suffit d'utiliser un symbole arbitraire et de lui appliquer ce programme. Choisissons la lettre X par exemple.

pense à un nombre

X

Ajoute Un

$X + 1$

Double

$2X + 2$

Ajoute Quatre

$2X + 6$

Divise par 2

$X + 3$

Soustrais ton nombre .

3

Ce programme de calculs donne toujours 3, quelque soit le nombre imaginé au départ. La magie du langage littéral a opéré.

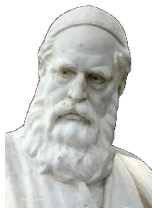


En résumé

Le langage littéral permet de calculer avec des nombres que l'on ne connaît pas. A l'origine, on parlait de "chose", que l'on écrivait :

شيء

Le mathématicien et poète Omar Khayyam (1048 ; 1123) en serait à l'origine.



Ce mot a été orthographié *xay* dans les ouvrages espagnols. Cela explique l'origine du symbole *x* utilisé de nos jours (comme du *y*, *z* ...).

VARIABLE

Le *x* peut désigner n'importe quel nombre.

ou

INCONNUE

Le *x* peut désigner un nombre que l'on cherche.



A savoir

Le langage littéral a sa grammaire :

- Le symbole multiplicatif $\times$ disparaît devant une lettre ou des parenthèses.
- On calcule ensemble les termes de la même famille (numérique ou littérale).

Développer une expression littérale, c'est "retirer l'enveloppe", c'est à dire ses parenthèses.



Factoriser, c'est le contraire de développer.

La distributivité permet de développer ou de factoriser une expression littérale.

$$3 \times 7 + 3 \times 5 = 3 \times (7 + 5)$$

$$\triangle \times \square + \triangle \times \bigcirc = \triangle \times (\square + \bigcirc)$$



Pythagore

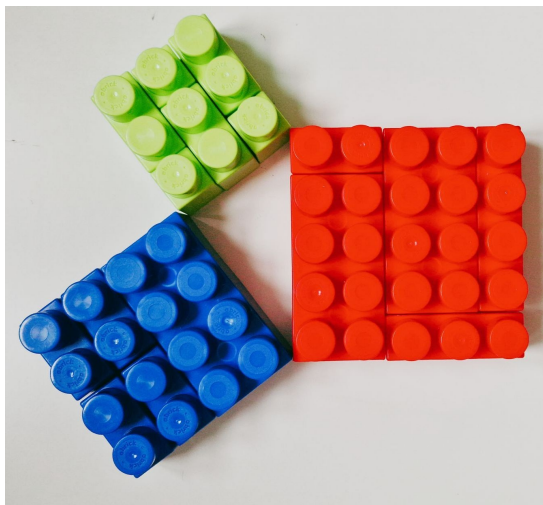
Son Théorème et sa réciproque

Le Théorème de Pythagore est incontournable en Mathématiques.

Bien plus qu'un énoncé à apprendre par cœur, il est précieux autant qu'il est remarquable.

Découvrons le avec une simple corde. Et laissons le nous mener vers d'autres connaissances, entre géométrie et nombres.

AVENTURE 2



Math &
Construction
Quand les Mathématiques
servent pour construire droit !

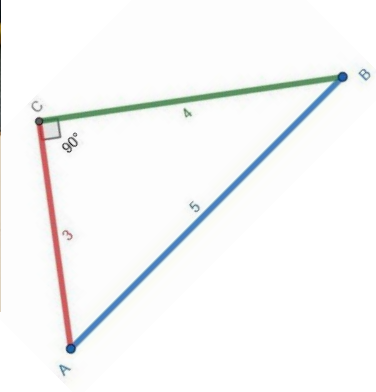
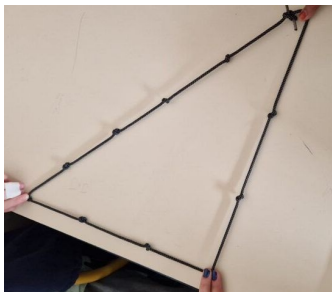
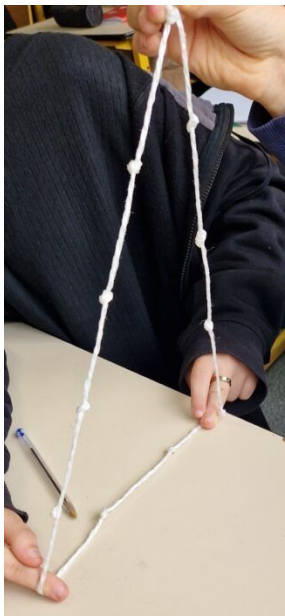


Nous voici bâtisseurs, au temps des grandes pyramides d'Égypte, un fil ou une corde à la main. La pyramide que nous allons édifier sera construite sur une basse carrée la plus parfaite possible.



Mais ... un losange,
sans angle droit,
n'est pas un carré !

**COMMENT DONC FAIRE
UN ANGLE DROIT
A L'AIDE D'UNE CORDE ?**

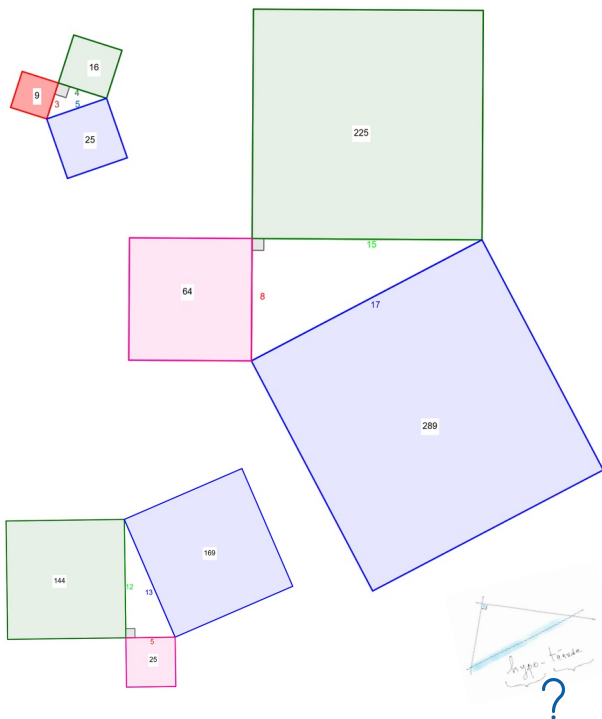


Nous avons découvert
la corde à 13 nœuds et
le triangle rectangle 3/4/5.
Notre idée a été validée par [Géogebro](#).



En résumé

Parmi tous les triangles, comment reconnaître parfaitement ceux qui sont rectangles et ceux qui ne le sont pas ?



OBSERVATION

Pour ces 3 triangles rectangles
l'aire du grand carré est égale
à la somme des aires
des deux autres carrés.

CONJECTURE

Notre observation fonctionne
pour tous les triangles rectangles.

PREUVE

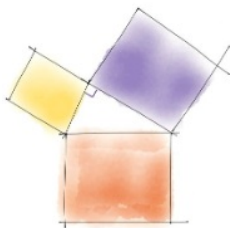
Nous venons de découvrir
La relation de Pythagore
dont il existe plus de 370 preuves !



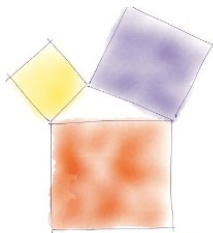
En voici une par les aires.
A vous de la manipuler !

A savoir

Si un triangle est rectangle, alors l'aire du grand carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des deux autres carrés, et réciproquement.

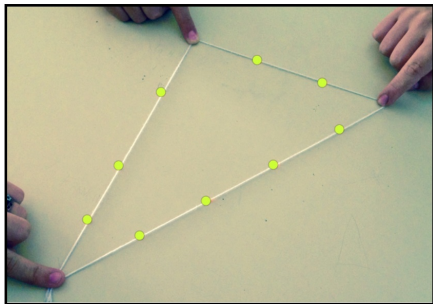


Si un triangle est non-rectangle, alors cette égalité est fausse, et réciproquement.

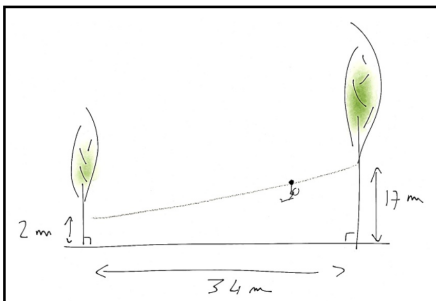


Le Théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus fondamentaux des Mathématiques.

Comment l'utiliser ?



Usage n°1 : Identifier un triangle rectangle ... ou non-rectangle.



Usage n°2 : Déterminer une longueur dans un triangle rectangle, à l'aide de la racine carrée.





Proportionnalité

Et retour(s) à l'unité

Tous les jours, nous rencontrons des situations où évoluent des grandeurs. Le cas de grandeurs parfaitement proportionnelles est rare au quotidien.

En cas de proportionnalité, le retour à l'unité est une méthode simple et très efficace pour résoudre de nombreux calculs.

Dans l'univers mathématique, il existe de nombreuses relations de proportionnalité, plus ou moins célèbres.

AVENTURE 3



Math & Grandeurs

Quand les Mathématiques
décrivent des grandeurs
du quotidien



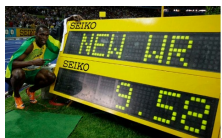
Divisons 41,35 € par 44,99.
Nous obtenons 0,919 €.
C'est le prix d'un litre.

Et si nous divisons 44,99 Litres par 41,35 ?



Le pack de
6 bouteilles
de 1,5 L chacune
vaut 7,80 €.

Quel est le prix de 8 bouteilles ?



Le 16 août 2009,
Usain Bolt a couru
le 100 mètres
en 9,58 secondes.

Quelle a été sa vitesse moyenne ?

30 %
c'est 30 pour 100 !



Que cela signifie-t-il ?

Pour faire 15 crêpes,
il nous faut 60 cL de lait,
300 gr de farine et 3 œufs.



Et pour 40 crêpes ?

$\frac{1}{650}$
est l'échelle
de cette maquette.
Elle est donc
650 fois plus petite
que la vraie Tour Eiffel.



Quelle est la hauteur de cette maquette ?



Une goutte tombe
toute les 4 secondes.

Faut-il réparer ce robinet ?



Ma vitesse moyenne
est de 3,3 km / h.
Mon allure moyenne
est de 17 : 34 min / km.

Ces résultats sont-ils cohérents ?



Le Général Sherman
a une circonférence de 31,3 m.

Quel est son diamètre ?

triangle scalène

Bon pour danser
Virevolter

Sur ma base, sur mon sommet
Sur mes côtés, mes autres angles.

C'est que je suis toujours
Agité, tirailé

Par des angles, par des côtés
Assemblés au hasard
Et sans égalité.

Eugène Guillevin
Euclidiennes

Dans la langue française,
la fréquence
de la lettre e
est de 12%.

Qu'en est-il dans
ce poème ?

J'ai lancé 100 fois le dé à 6 faces.
J'ai obtenu 16 fois le chiffre 1.
Soit une fréquence de 0,16.



quelle serait la fréquence du 1
pour 100 000 lancés ?



Parmi tous les formats
d'écran, le ratio le plus
courant est de 9 : 16.

Qu'en est-il de votre téléphone ?

A savoir



41,35€ : 44,99 = 0,919 €
44,99 L : 41,35 = 1,09 L

retour au litre

retour à l'euro



100 m - 10.58 s = 10.44 m
Vitesse = 10.44 m / s
9.58 s : 100 = 0.058 s
Allure = 0.058 s / m

retour à la sec

retour au

La division permet de ramener une quantité à 1 unité.

C'est le retour à l'unité.



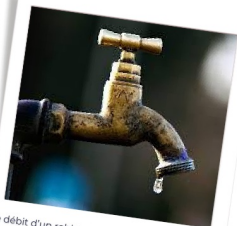
6 bouteilles de 1,5 L à 7,80 €
7,80€ : 6 = 1,3 € par bouteille
1,3 € : 1,5 = 0,87 € par Litre



La vitesse et l'allure sont deux retours à l'unité.
La vitesse est une distance parcourue par unité de temps.
L'allure est un temps par unité de distance.



Une échelle est un retour à l'unité.

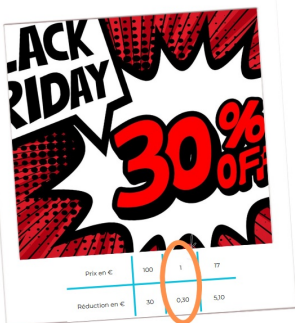


Le débit d'un robinet est une quantité d'eau par unité de temps. C'est donc un retour à l'unité.



Dans le cas de 2 grandeurs proportionnelles, le retour à l'unité et la multiplication permettent de calculer n'importe quelle quantité à partir de valeurs connues.

La circonférence d'un cercle est parfaitement proportionnelle à son diamètre.



Un pourcentage est un retour à 100 !





Pyramides

Et cônes de révolution

Les pyramides et les cônes de révolution se ressemblent car ce sont des solides constitués d'une base et d'un sommet. L'unique différence est la forme de leur base. Elle est un polygone pour la pyramide et un disque pour le cône.

Plus le polygone a de côtés, plus la pyramide va ressembler à un cône.

Finalement, un cône est une pyramide avec une infinité de faces.

AVENTURE 4

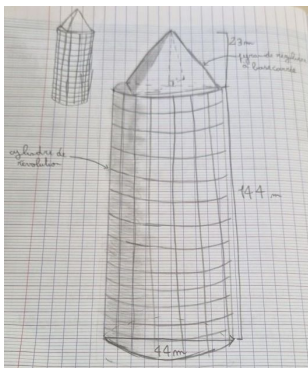
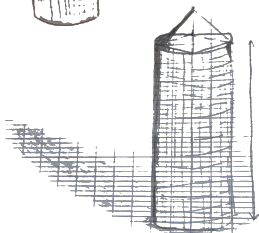


Math & Architecture

Quand les Mathématiques
font tenir debout, mais avec beauté !



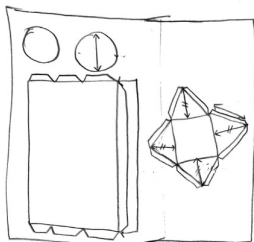
A VOS CRAYONS !



A VOTRE TOUR !

scotch fenêtre
volume
découper échelle perspective
base compas carré
papier patron plan
cylindre colle pyramide
mesures carton
instruments

Patron :



Découpe



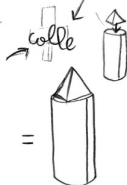
colle

Découpe

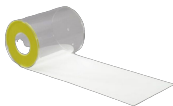
colle



colle



=







**ET SI LA TOUR CRAYON
AVAIT VRAIMENT
RESSEMBLÉ À
UN CRAYON ?**



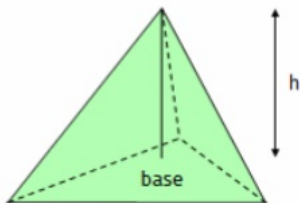
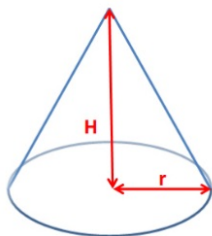
**ET SI ON LES REMPLISSAIT
D'EAU ??**



A savoir

Une même formule permet de calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône.

Le volume d'une pyramide ou d'un cône est égal au tiers de l'aire de la base multipliée par la hauteur de la pyramide ou du cône.





Puissances de dix

Et la notation scientifique

Dans son traité de L'Arénaire, Archimède s'intéresse au nombre de grains de sable pour remplir L'Univers. Il trouve un nombre gigantesque s'écrivant un 1 suivi de 63 zéros.

Une telle mesure va nécessiter une nouvelle notation. C'est les puissances de dix !

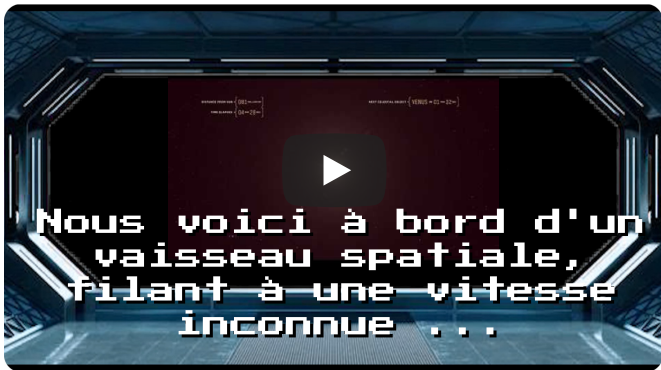
Aujourd'hui, estimer numériquement l'infini grand ou petit nécessite systématiquement d'écrire avec cette notation.

AVENTURE 5



Math & Physique

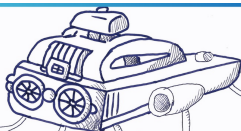
Quand les Mathématiques
veulent mesurer
l'infiniment grand !





Q1

La vitesse est de
 18000000 km/min
 $18 \times 1000 = 18000$
 La vitesse est de 180000000 km/h



Q5

$2 \text{ min} + 40 \text{ s}$
 $= 120 \text{ s} + 40 \text{ s}$
 $= 160 \text{ s}$
 $0,5 \text{ km/s} \times 160$
 $= 48 \text{ millions de km}$

Q2

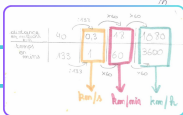
temps (s) | 437 | 4 | 160 | 3600
 distance (km) | 40970,311 | 160 | 3600
 La vitesse est de $0,5 \text{ km/s}$,
 de 18 km/min et de 18000 km/h

Q4

temps (s) | 200 | 4 | 160 | 3600
 distance (km) | 60710,311 | 160 | 3600
 La vitesse est de $0,311 \text{ km/s}$,
 $18,7 \text{ km/min}$, $1800,7 \text{ km/h}$

Q3

La vitesse moyenne
 est de 18000000 km/min
 Comme il reste 1 min
 avant d'atteindre Mercure
 la distance objet-cible
 est donc de 18000000 km



Eliott Goumy-Waely

A 1 minute :

Q1: Calculer la vitesse du vaisseau en km/min et en km/h.

Infos :

Distance Soleil : 18000000 km

Temps : 1 min

Réponse :

 $1 \text{ h} \rightarrow 60 \text{ min}$ $60 \times 18 = 1080$ $\text{km/min} : 18000000$ $\text{km/h} : 108000000$

A 2 min 13 s :

Infos :

Distance Soleil : 40000000 km

Temps : 2 min 13 s

Q2: Calculer la vitesse du vaisseau en

 km/s , km/min et km/h . $\text{km/s} = 3753000$ $\text{km/min} = 2251800$ $\text{km/h} = 13510800$

$$\begin{array}{r}
 40000000 \\
 - 33910000 \\
 \hline
 6090000 \\
 - 3391000 \\
 \hline
 2699000 \\
 - 3391000 \\
 \hline
 -692000 \\
 - 3391000 \\
 \hline
 -4099000 \\
 - 3391000 \\
 \hline
 -7490000 \\
 \hline
 \text{reste : } 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13510800 \\
 \times 3753000 \\
 \hline
 13510800 \times 3000 = 40532400000 \\
 13510800 \times 700 = 9457560000 \\
 13510800 \times 50 = 675540000 \\
 13510800 \times 3000 = 40532400000 \\
 \hline
 49593156000
 \end{array}$$

Q3: A quelle distance sommes nous de Mercure ?

Infos :

Temps de trajet vers Mercure : 1 min

Vitesse : 22518000 km/min 22518000 km de Mercure

Q4: Calculer la vitesse du vaisseau en km/s :

Infos :

Distance soleil : 60 millions de km

Temps : 3 min et 20 s

Distance : 60000000 km

Temps en s : $3 \text{ min} \times 60 + 20 = 200 \text{ s}$

Calcul : $60000000 \div 200 = 3000000 \text{ km/s}$

**COMMENT SE PASSER DES ZÉROS
 DANS NOS CALCULS ?**

Q5:

Infos :

Temps de trajet vers Vénus : 2 min 40 s

Vitesse : 3000000 km/s $2 \text{ min} \text{ et } 40 \text{ s} = 160 \text{ s}$ Distance : 9600000000 km

$$\begin{array}{r}
 9600000000 \\
 \times 160 \\
 \hline
 9600000000 \times 100 = 960000000000 \\
 9600000000 \times 60 = 576000000000 \\
 9600000000 \times 0 = 0 \\
 \hline
 1536000000000
 \end{array}$$



**C'EST LA VITESSE DE
LA LUMIÈRE !**

LA VITESSE DE NOTRE VAISSEAU
VAUT ENVIRON 300 000 000
MÈTRES PAR SECONDE !

**C'EST AUSSI LA DISTANCE
ENTRE LA TERRE ET LA
LUNE !**

**quelle distance parcourt
la lumière
en 1 jour, 1 mois
ou 1 an ?**

EN 1 ANNEE, LA LUMIERE PARCOURT ENVIRON :
 $300\ 000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 = 10\ 000\ 000\ 000\ 000\ \text{KM}$
C'EST 1 ANNEE LUMIERE !



A LA VITESSE DE LA
LUMIERE, LA PLANETE
MARS EST A 4 MINUTES
ET 16 SECONDES DE LA
TERRE.

*quelle distance sépare
la terre de mars ?*



PROXIMA B EST UNE
EXOPLANETE SITUÉE À
40 000 MILLIARDS DE
KILOMÈTRES DE NOTRE
PLANÈTE.

*à la vitesse de la
lumière, combien de
temps nous faudrait-il
pour s'y rendre ?*

En résumé

La lumière file à la vitesse de 299 792 458 mètres par seconde.

Elle met 1 seconde à nous arriver de la Lune, 8 minutes du Soleil et 4 années de Proxima B. Depuis les confins de l'univers, elle nous arrive après un voyage de plus de 100 000 000 000 000 000 secondes ou 10¹⁷ secondes.

Nous observons donc l'Univers avec un décalage, qui s'accroît avec la distance.



"REGARDER LOIN, C'EST
REGARDER TÔT"

Hubert Reeves

A savoir

L'étude de l'infiniment grand nécessite de manipuler des nombres toujours plus grands et plus long à écrire.

La notation scientifique consiste à écrire un nombre en un produit d'un nombre dont la partie entière comporte un chiffre non nul (ce nombre s'appelle la mantisse) et d'une puissance de 10.

Ainsi, une année lumière vaut environ :

$$9\,460\,000\,000\,000\,000\text{ m} = 9,46 \times 1\,000\,000\,000\,000\,000\text{ m}$$

soit $9,46 \times 10^{15}$
mètres

L'ordre de grandeur d'un nombre est la puissance de dix qui s'en rapproche le plus. Les chiffres de la mantisse sont dits significatifs.





Les équations

Et l'introduction à l'algèbre

[Mohammed ibn Mūsā al-Khwārizmī](#) (783 - 850) est un mathématicien et astronome arabe, célèbre notamment pour son livre sur la résolution des équations du second degré.

Son génie a été de proposer une méthode systématique de résolution.

Aujourd'hui, son héritage se retrouve dans les algorithmes qui sont à la source de l'informatique. Algorithme ... Algorismi ... al-Khwārizmī ... Merci !!

AVENTURE 6



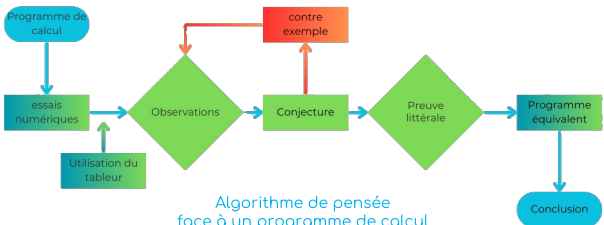
Math & Algorithmme

Quand les Mathématiques
cherchent à automatiser !



Programme de Calcul

SYMBOLE
CONTREEXEMPLE
CONJECTURE
ESSAIS
PROGRAMME
LITTE
MAGIE
OBSERVATIONS
LITTÉRAL
TABLEUR



Choisir un nombre
Ajouter 5
Doubler
Ajouter le triple
du nombre de départ
soustraire 3

Testons ce programme à l'aide d'un tableur.

Choisir un nb	586	70808	563	465	959	508	696
Ajouter 5	591	70813	568	470	964	513	701
Doubler	1182	141626	1136	940	1928	1026	1402
Ajouter le triple de nb	2940	354050	2825	2335	4805	2550	3490
Soustraire 3	2937	354047	2822	2332	4802	2547	3487

Qu'observons-nous ?

Les résultats finissent par 7 ou 2, en fonction de la parité du nombre choisi.

Que conjecturons-nous ?

Si le nombre choisi est pair, alors le chiffre des unités du résultat sera toujours 7.

Sinon, le chiffre des unités sera 2.

Comment le prouver ?

Utilisons la lettre N et appliquons lui ce programme.

$$\begin{aligned}
 &N \\
 &N + 5 \\
 &2N + 10 \\
 &N + 10 + 3N = 5N + 10 \\
 &5N + 10 - 3 = 5N + 7
 \end{aligned}$$

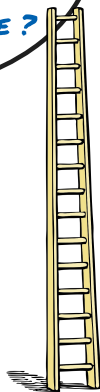
Si N est pair alors 5N se termine par 0.
Donc $5N + 7$ se termine par 7.

Si N est impair alors 5N se termine par 5.
Donc $5N + 7$ se termine par 2 (car $5 + 7 = 12$).

C.Q.F.P
!



LE DOUBLE DE LA SOMME
D'UNE CHOSE ET DE 5,
AJOUTÉ AU TRIPLE DE CETTE
CHOSE, VAUT 2047.
QUE VAUT CETTE CHOSE ?



**TRADUCTION
EN
LANGAGE
LITTÉRAL
ET
RÉDUCTION**

Programme A

Le double de
la somme d'une chose et de 5,
ajouté au triple de cette chose.

$$A = 2(x + 5) + 3x$$

$$A = 2x + 10 + 3x$$

$$A = 5x + 10$$

Programme B

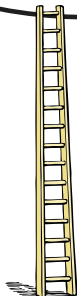
Le quintuple d'une chose
ajouté à 10.

Le programme B est équivalent au programme A.

L'énigme devient donc :

LE QUINTUPLE D'UNE CHOSE,
AJOUTÉ À 10 VAUT 2047.
QUE VAUT CETTE CHOSE ?

Il suffit de
remonter le
programme B,
à partir de
2047, en
inversant les
opérations.



$$2047 - 10 = 2037$$
$$2037 : 5 = 407,4$$

La chose vaut
407,4.



△ LA RECHERCHE DU NOMBRE PERDU

SAISON 2

**VOYEZ
MES BRAS !!**

LE TRIPLE D'UNE CHOSE,
AJOUTÉ DE QUATORZE,
EST ÉGAL
AU QUINTUPLE DE CETTE CHOSE,
AJOUTÉ DE SIX.
QUE VAUT CETTE CHOSE ?



Cette énigme est illustrée par une balance en équilibre. Nous allons isoler la chose tout en gardant cet équilibre.



Comment avons-nous fait ?

Nous avons retiré les mêmes quantités des deux côtés.

Nous avons divisé les deux côtés par le même nombre.



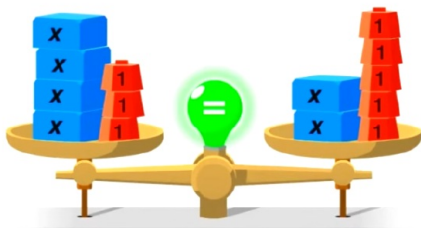
En résumé

[Al-Khawarizmi](#), né vers 783, originaire de Khiva dans la région du Khawarezm, Ouzbékistan actuel, mort vers 850 à Bagdad, est un mathématicien, géographe, astrologue et astronome perse, membre des Maisons de la sagesse dont les écrits, rédigés en langue arabe, ont permis l'introduction de l'algèbre en Europe. Il est à l'origine des mots « algorithme » et « algèbre » ou encore de l'utilisation des chiffres arabes.

Son apport en mathématiques fut tel qu'il est également surnommé « le père de l'algèbre », avec Diophante d'Alexandrie, dont il reprendra les travaux. En effet, il fut le premier à répertorier de façon systématique des méthodes de résolution d'équations.

Son idée pour résoudre une équation s'illustre à l'aide d'une balance en équilibre, synonyme d'égalité numérique.

$$4x + 3 = 2x + 5$$



A savoir

Al-Khawarizmi a établi des règles qui permettent d'isoler l'inconnue ... pour finalement la rendre connue !

Règle 1

On peut ajouter ou retrancher la même quantité de chaque côté de l'équation sans modifier l'égalité.

Règle 2

On peut multiplier ou diviser chaque côté de l'équation par le même facteur sans modifier l'égalité.

$$4x + 3 = 2x + 5$$



$$2x + 3 = 5$$

**ON RETIRE 2x
DE CHAQUE CÔTÉ
!**

$$2x = 2$$

**ON RETIRE 3
DE CHAQUE CÔTÉ
!**

**ON DIVISE PAR 2
DE CHAQUE CÔTÉ
 $\frac{1}{x} = 1$**

Attention

Le "=" ne signifie pas "le résultat d'une opération".
Il indique l'équilibre entre les "deux plateaux".
Le x désigne un nombre inconnu que l'on cherche.
Ce n'est pas une variable.
La division par 0 est interdite.

DIOPHANTE.

Voici l'inscription *fictive* sur son tombeau, qu'on trouve dans l'*Anthologie grecque* (*) :

Οὗτος τὸν Διόφαντον ἔχει τάφος ἃ μέγα θαῦμα
 Καὶ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βίοιο λίγει.
 Ἐκτὴν κουρίζειν βίτου θιὸς ὤπασε μοῖρην.
 Δωδεκάτῃ δ' ἐπιβίης μῆλα πόρεν χλοαίῃν
 Τῇ δ' αὖ ἐπ' ἑξῶν τὸ γυμῆλιον ἤψατο φέγγος,
 Ἐκ δὲ ῥά μιν πέμπτῃ παῖδ' ἐπενέυσιν ἔτι.
 Αἷ αἱ τελευτῶσι διτλὸν τίκος, ἡμῖν πατὴρ
 Τοῦ δὲ καὶ ἡ κρυερὸς μέτρον ἔλπει βίτου.
 Πένθος δ' αὖ πύσσουσιν παρηγορέειν ἑαυτοῖς,
 Τῇ δὲ πόσου σφίῃ τιρμ' ἐπόρησι βίου.

Imitation versifiée.

Passant, sous ce tombeau repose Diophante,
 Et quelques vers tracés par une main savante
 Vont te faire connaître à quel âge il est mort :
 Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
 Le sixième marqua le temps de son enfance ;
 Le douzième fut pris par son adolescence.
 Des sept parts de sa vie une encor s'écoula,
 Puis, s'étant marié, sa femme lui donna
 Cinq ans après un fils, qui, du destin sévère,
 Reçut de jours, hélas ! deux fois moins que son père.
 De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut :
 Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.

Traduction latine.

Hunc Diophantus habet tumulam qui tempora vitæ
Illius, mira denotat arte tibi.
Egit sextantem juvenis; lanugine malas
Vestire hinc cœpit parte duodecima.
Septante uxori post hæc sociatur, et anno
Formosus quinto nascitur inde puer.
Semissem ætatis postquam attigit ille paternæ,
Infelix subita morte peremptus obit.
Quatuor ætates genitor lugere superstes
Cogitur, hinc annos illius assequere.

**SAUREZ-VOUS
DÉFIER
DIOPHANTE ?**





Les puissances

positives ou négatives

A l'origine, en Mésopotamie, on utilisait des petites pierres pour compter. Aujourd'hui, de ces cailloux, traduits "calculis" en latin, il nous reste le mot "calcul" à la base des Mathématiques.

Depuis notre enfance aussi, nous aimons compter, avec ou sans nos doigts !

Au fil du temps et de la vie, nous cherchons à calculer et à dénombrer toujours plus. Le recours à l'écriture puissance ouvre de nouveaux horizons dans cette course sans fin !

AVENTURE 7



Math & Calcul

Quand les Mathématiques
veulent tout compter !

LA LÉGENDE DE SISSA

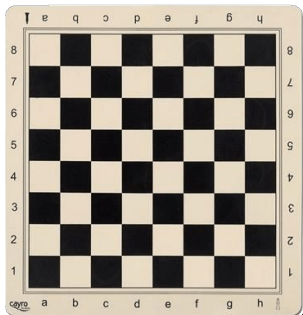


En Inde, le roi Belkib qui s'ennuie à la cour, demande qu'on lui invente un jeu pour le distraire. Le sage Sissa invente alors le [Chaturanga](#), l'ancêtre du jeu d'[échecs](#), ce qui ravit le roi. Pour le remercier, le roi lui demande de choisir sa récompense, aussi fastueuse qu'elle puisse être. Sissa choisit de demander au roi de prendre le plateau du jeu et, sur la première case, poser un grain de riz, ensuite deux sur la deuxième, puis quatre sur la troisième, et ainsi de suite, en doublant à chaque fois le nombre de grains de riz que l'on met.

Le roi et la cour sont amusés par la modestie de cette demande. Le roi tente de persuader Sissa d'accepter une récompense d'une valeur plus importante. Devant le refus de Sissa, il ordonne que les grains soient apportés.

Soudain, un des conseillers du roi arrive et dit au roi de refuser cette demande car les ressources du pays ne sont pas assez élevées pour la satisfaire.

QUI'EN PENSEZ-VOUS ?



COMMENT CALCULER
DIRECTEMENT LE NOMBRE DE
GRAINS DE RIZ DE LA DERNIERE
CASE ?

Un grain de riz pèse
0,04 gr en moyenne.
La production mondiale
est
de 525 Millions de
tonnes
en 2024.



[illegible]

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512	1 024	2 048	4 096	8 192	16 384	32 768
65 536	131 072	262 144	524 288	1 048 576	2 097 152	4 194 304	8 388 608
16 777 216	33 554 432	67 108 864	134 217 728	268 435 456	536 870 912	1 073 741 824	2 147 483 648
4 294 967 296	8 589 934 592	17 179 869 184	34 359 738 368	68 719 476 736	137 438 953 472	274 877 906 944	549 755 813 888
1 099 511 627 776	2 199 023 255 552	4 398 046 511 104	8 796 093 022 208	17 592 186 044 416	35 184 372 088 832	70 368 744 177 664	140 737 488 355 328
281 474 976 730 656	562 949 953 421 312	1 125 899 904 842 624	2 251 799 813 685 250	4 503 599 627 370 500	9 007 199 254 740 996	18 014 398 509 481 992	36 028 797 018 964 000
72 057 596 837 927 903	144 115 193 675 855 806	288 230 387 351 711 612	576 460 774 703 423 223	1 152 921 549 406 846 446	2 305 843 098 813 692 892	4 611 686 197 627 385 784	9 223 373 954 771 771 568

1x2⁶³
9, 223372037 x 10¹⁸

PLUS DE 9 MILLIARDS DE MILLIARDS DE GRAINS !!!

9 milliards de milliards de grains de riz
ont une masse de :

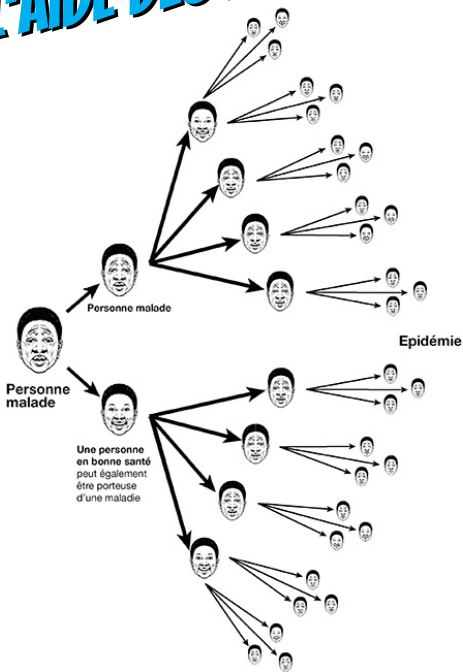
$$\begin{aligned}9 \times 10^{18} \times 0,04 \text{ g} &= 3,6 \times 10^{17} \text{ g} \\ &= 3,6 \times 10^{11} \text{ tonnes}\end{aligned}$$

Soit 360 000 millions de tonnes !

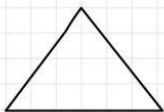
Il nous faudrait plus de 685 années pour
satisfaire Sissa !!



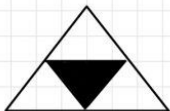
ET VOUS ? QUELLES AUTRES HISTOIRES PEUT-ON MODÉLISER À L'AIDE DES PUISSANCES !!



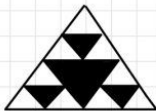
TRIANGOLO di SIERPIŃSKI



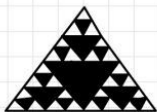
$$3^0 = 1$$



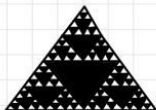
$$3^1 = 3$$



$$3^2 = 9$$



$$3^3 = 27$$



$$3^4 = 81$$



www.lafinestrasullalbero.it

**PLIER UNE FEUILLE 42 FOIS
D'AFFILÉE
ET VOUS SEREZ SUR LA
LUNE !?**

En résumé

Nous avons déjà rencontré l'écriture puissance lors de la notation scientifique. Il s'agit simplement de la généraliser à tous les nombres.

Ainsi :

$$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^63$$

On prononce "deux puissance 63" ou "deux exposant 63".

Cette écriture permet d'écrire de manière plus courte des enchainements de multiplication. On peut alors effectuer les opérations suivantes :

$$2^{14} \times 2^6 = 2^{20} \text{ car } 14 + 6 = 20$$

$$2^{14} : 2^6 = 2^8 \text{ car } 14 - 6 = 8$$

$$(2^6)^4 = 2^6 \times 2^6 \times 2^6 \times 2^6 = 2^{24}$$

Et les petits nombres ?

$$1000 = 10^3$$

$$100 = 10^2$$

$$10 = 10^1$$

$$1 = 10^0$$

$$0,1 = 1/10 = 10^{-1}$$

$$0,01 = 1/100 = 10^{-2}$$

$$0,001 = 1/1000 = 10^{-3}$$

A savoir

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^{-m} = 1/a^m$$

$$a^0 = 1$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

**ATTENTION !
NE VOUS LAISSEZ PAS
PIÉGER
PAR VOTRE CERVEAU !!**

$$\begin{aligned} 25 &\neq 10 \\ 32 &\neq 6 \\ 42 + 32 &\neq 72 \end{aligned}$$

Symbole	Préfixe	Valeur	Valeur numérique	Puissance de 10
n	nano	milliardième	1 / 1 000 000 000	10^{-9}
μ	micro	millionième	1 / 1 000 000	10^{-6}
m	milli	millième	1 / 1 000	10^{-3}
c	centi	centième	1 / 100	10^{-2}
d	deci	dixième	1 / 10	10^{-1}
-	-	unité	1	10^0
da	deca	dizaine	10	10^1
h	hecto	centaine	100	10^2
k	kilo	millier	1 000	10^3
M	méga	million	1 000 000	10^6
G	giga	milliard	1 000 000 000	10^9

$$\begin{aligned} (+) \times (+) &= (+) \\ (-) \times (-) &= (+) \\ (+) \times (-) &= (-) \\ (-) \times (+) &= (-) \end{aligned}$$

règle des signes

TAILLE PLANÉTAIRE

10^8 M

MONT BLANC

4810 Mètres



TAILLE HUMAINE

10^0 M

HOMME

1.75 Mètre



TAILLE HUMAINE

10^{-6} M

CHAT DOMESTIQUE

0.24 Mètre



TAILLE MICROMETRIQUE

10^{-4} M

GRAIN DE POLLEN

0.0001 Mètre



TAILLE SUBATOMIQUE

10^{-10} M

TAILLE MOYENNE D'UN ATOME

(COMPOSÉ DE PROTONS ET DE NEUTRONS)



0.000000001 Mètre

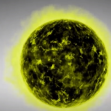
TAILLE SUBATOMIQUE

10^{-24} M

NEUTRINO

PLUS PETITE ÉLÉMENTAIRE TRaversant LA MATIÈRE À UNE VITESSE PROCHE DE LA LUMIÈRE

0.00000000000000000000000001 Mètre







La proportionnalité

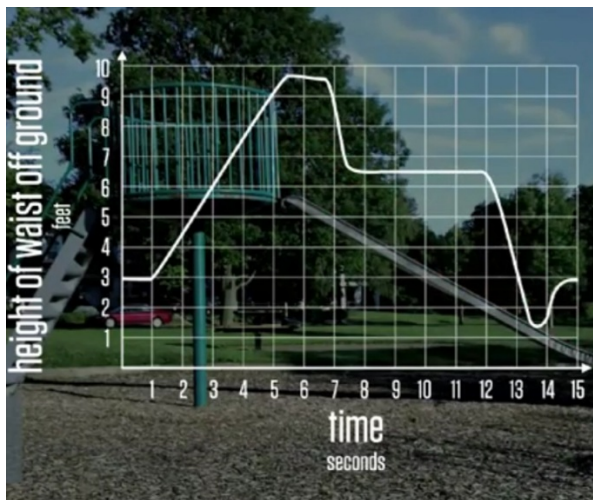
Et sa représentation graphique

Les mathématiques nous racontent parfois des histoires, avec des nombres, des figures ou des tracés.

Quand une grandeur évolue en fonction d'une autre, le recours à un graphique permet d'observer les traces laissées par ces deux grandeurs.

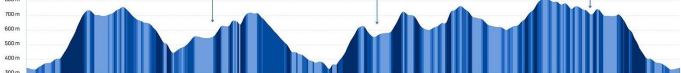
Que racontent par exemple des courbes ou des tracés rectilignes ?

ADVENTURE 8

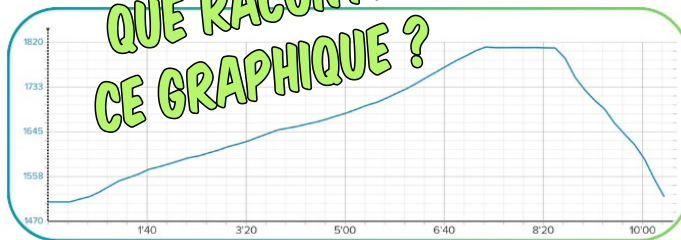


Math & Graphique

Quand les Mathématiques
racontent des histoires !



QUE RACONTE
CE GRAPHIQUE ?



Quelles grandeurs
associées ?



Où ? Quelle activité ?



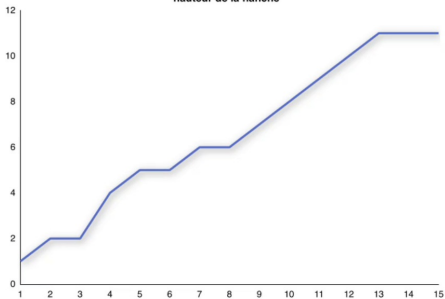
Quels événements
marquants ?

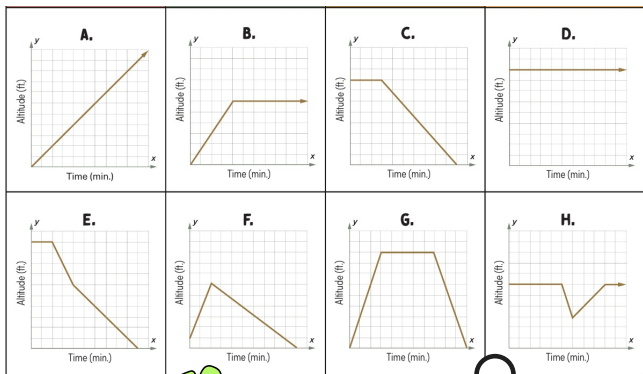


vosre récit ?

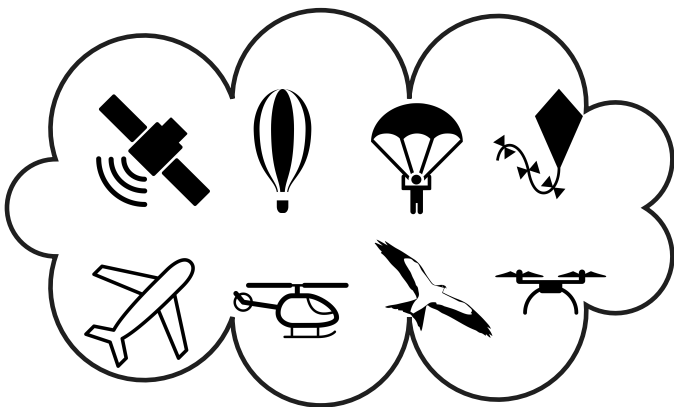


hauteur en fonction du temps
hauteur de la hanche





ET CES
GRAPHIQUES ?

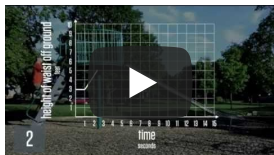
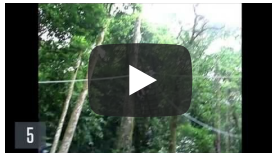


Graphing Stories

«Graphing Stories » est un projet collaboratif mené par Dan Mayer et l'équipe « BuzzMath ». Chaque histoire comprend une vidéo présentant une situation pratique où une grandeur varie dans le temps.

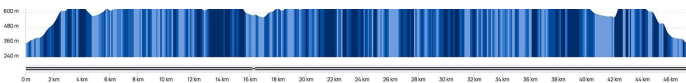
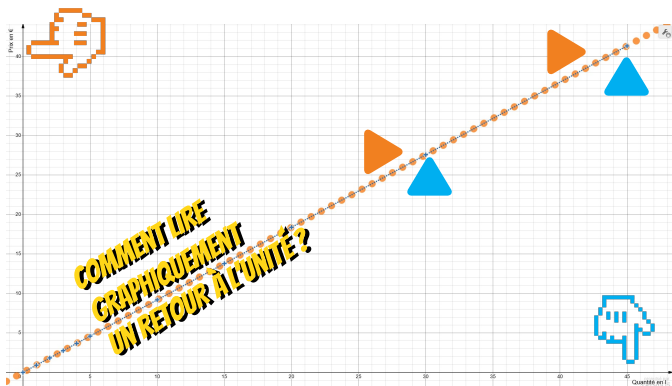
Pour chaque histoire, la tâche consiste à tracer un graphique de l'histoire.

Chaque « histoire » se termine par la présentation de la réponse. Cela se présente sous la forme d'un graphique superposé à la vidéo de la situation, le graphique étant tracé en temps réel au fur et à mesure que l'action se déroule.

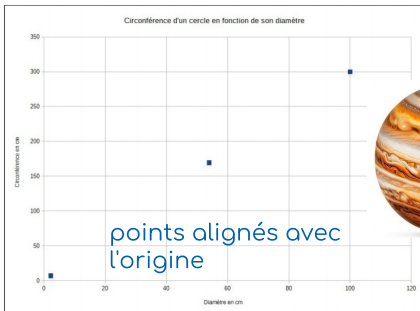
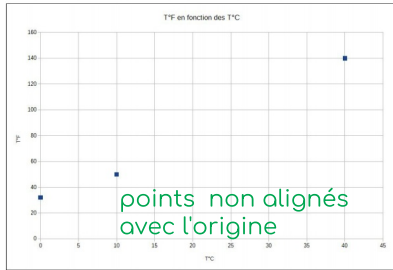
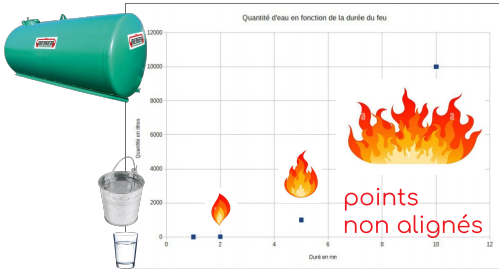




0	0
1	0.919
2	1.838
3	2.757
4	3.676
5	4.595
10	9.19
15	13.785
20	18.38
30	27.57
44.99	41.34581



En résumé





Une athlète a réalisé un triathlon d'une longueur totale de 12,9 kilomètres. Les trois épreuves se déroulent dans l'ordre suivant :

Épreuve ① : Natation Distance = 400 m	Épreuve ② : Cyclisme	Épreuve ③ : Course à pied. Distance = 2,5 km
---	-------------------------	--

Entre deux épreuves, l'athlète doit effectuer sur place un changement d'équipement.

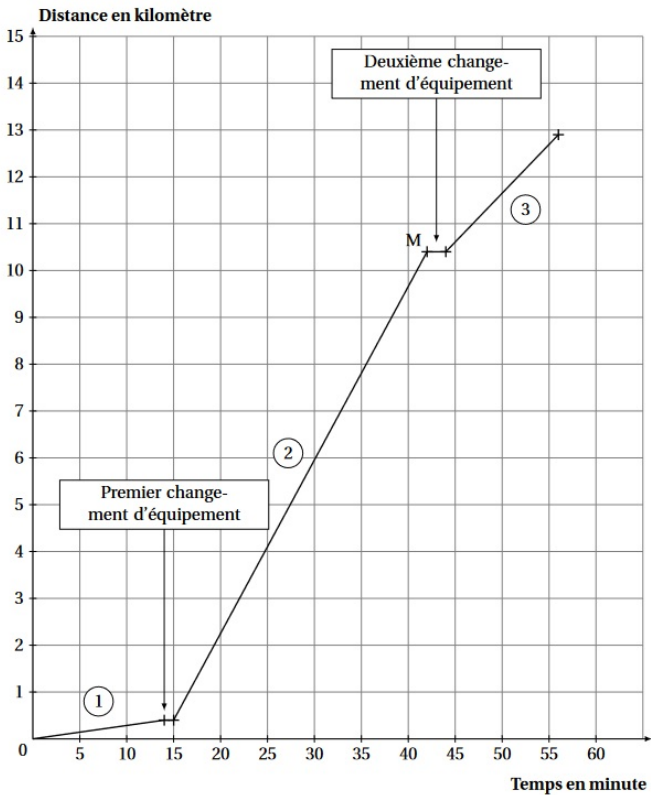
Le graphique ci-contre représente la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par l'athlète, en fonction du temps de parcours (exprimé en minute) de l'athlète pendant son triathlon.

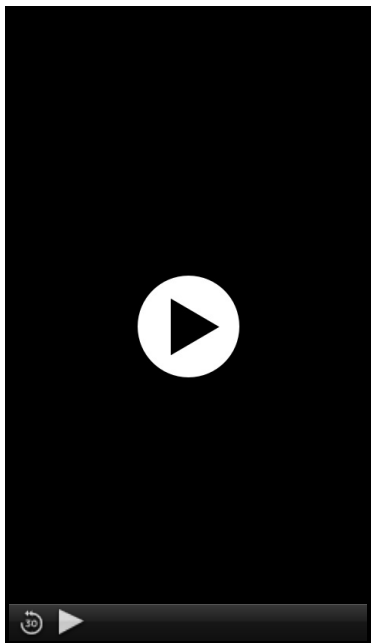
Le point M a pour abscisse 42 et pour ordonnée 10,4.

À l'aide du tableau ci-dessus ou par lecture du graphique ci-dessus avec la précision qu'il permet, répondre aux questions suivantes, en justifiant la démarche.

1. Au bout de combien de temps l'athlète s'est-elle arrêtée pour effectuer son premier changement d'équipement ?
2. Quelle est la longueur, exprimée en kilomètre, du parcours de l'épreuve de cyclisme ?
3. En combien de temps l'athlète a-t-elle effectué l'épreuve de course à pied ?
4. Parmi les trois épreuves, pendant laquelle l'athlète a été la moins rapide ?
5. On considère que les changements d'équipement entre les épreuves font partie du triathlon. La vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon est-elle supérieure à 14 km/h ?

VU AU BREVET !





VIDÉO RÉALISÉE PAR UN ÉLÈVE



La probabilité

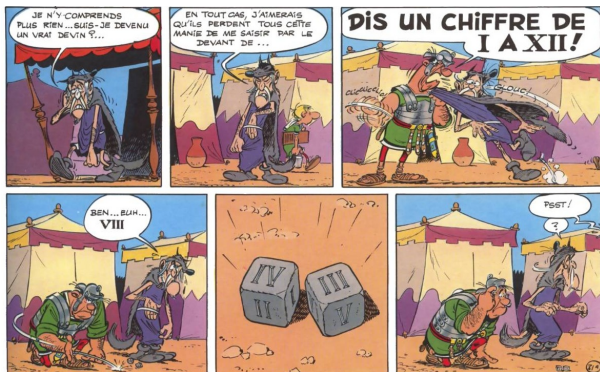
Ou la modélisation du hasard

A l'origine des probabilités, il y a les jeux de hasard, comme les dés. Avec l'apparition des cartes à jouer, les jeux deviennent plus complexes et les meilleures stratégies questionnent sur les chances de gagner.

La notion de probabilité est née et son approche rudimentaire devient de plus en plus experte. Il s'agit alors de modéliser une expérience aléatoire.

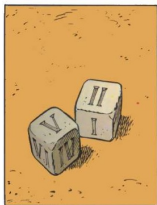
Aujourd'hui, cette branche des Mathématiques est essentielle dans de nombreux domaines, du Casino au marché de la Bourse, en passant par la Physique des particules, l'Astronomie ou la biologie moléculaire.

AVENTURE 9



Math & Jeux

Quand les Mathématiques
jouent avec le hasard !



**ET VOUS,
QU'AURIEZ-VOUS
FAIT À MA PLACE??**

ALEA JACTA*

**" NE PAS JOUER
LE 7 ! "
" JOUER LE 1 ! "
" LAISSER FAIRE
LE HASARD** ! "**

* Les dés sont jetés.

** De l'arabe az-zahr, qui signifie " dé à jouer ".



LANÇONS CHACUN 20 FOIS DEUX DÉS !

Nom & Prénom :

O. ARROUCH

Tableau des scores

lancer							Somme
1	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	6
2	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒	10
3	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒	12
4	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	8
5	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒	10
6	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	7
7	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒	8
8	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	10
9	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	6
10	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	5
11	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	6
12	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	3
13	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	8
14	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	8
15	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	5
16	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	6
17	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	7
18	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	8
19	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐	7
20	Dé1 Dé2	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐	☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒	7

RESULTATS

Somme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	0	0	1	0	2	4	4	5	0	3	0	1



RESULTATS pour 1200 parties

Somme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	0	24	47	102	117	170	156	156	122	112	66	50

- La moyenne pondérée des sommes par les effectifs vaut environ 7.
- "obtenir 1" est impossible !

COLLECTONS TOUS NOS RÉSULTATS !

Effectif



Somme	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	0	24	47	102	117	170	156	156	122	112	66	50
fréquence	0,0%	2,1%	4,2%	9,1%	10,4%	15,2%	13,9%	13,9%	10,9%	10,0%	5,9%	4,5%

- Les sommes les plus fréquentes sont 6, 7 et 8.
- Le graphique semble presque symétrique par rapport à la 7ème colonne.

Et si on lance un très grand nombre de fois les 2 dés en s'aidant de Scratch ?

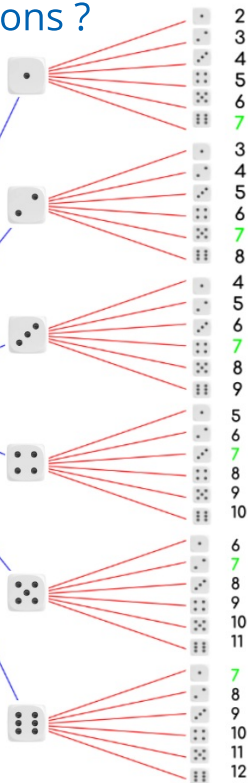


Comment expliquer nos observations ?

+							
	2	3	4	5	6	7	
	3	4	5	6	7	8	
	4	5	6	7	8	9	
	5	6	7	8	9	10	
	6	7	8	9	10	11	
	7	8	9	10	11	12	

Il y a 36 combinaisons possibles.

- 1 combinaison donne 2 ou 12.
- 2 combinaisons donnent 3 ou 11.
- 3 combinaisons donnent 4 et 10.
- 4 combinaisons donnent 5 et 9.
- 5 combinaisons donnent 6 et 8.
- 6 combinaisons donnent 7.



En résumé

Approche fréquentiste du jeu des deux dés



*Bon pour danser
l'inviter*

*Sur ma base, sur mon sommet
sur mes côtés, mes autres angles...*

*C'est que je suis toujours
Agité, tirailé*

*Par des angles, par des côtés
Assemblés au hasard
Et sans égalité.*

La fréquence mathématique d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.
On peut l'exprimer **en pourcentage**.

La fréquence d'apparition du 7 vaut environ 0,17 soit 17 %.

Approche probabiliste du jeu des deux dés



Plus on va lancer un dé à 6 faces, plus la fréquence d'obtenir une des faces se rapproche de $1/6$.
Ce nombre est **une probabilité**.

- $P(2) = P(12) = 1/36 \approx 0,028$
- $P(3) = P(11) = 2/36 \approx 0,056$
- $P(4) = P(10) = 3/36 \approx 0,083$
- $P(5) = P(9) = 4/36 \approx 0,11$
- $P(6) = P(8) = 5/36 \approx 0,14$
- $P(7) = 6/36 = 1/6 \approx 0,17 = 17\%$

La probabilité d'obtenir 6 est de "1 chance sur 6", soit environ 17%.

A savoir

Une expérience aléatoire est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.

Toutes les issues possibles sont connues a priori mais l'expérience peut conduire à des résultats différents quand on la répète de la même manière.

- Les résultats d'une expérience sont des issues.
- Un événement est un ensemble d'issues.

La probabilité d'un évènement est un nombre **entre 0 et 1** qui exprime « la chance qu'a cet évènement de se produire ».

- Un évènement impossible a une probabilité de 0.
- Un évènement certain a une probabilité de 1.

Lorsqu'on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'un événement tend à se rapprocher de la probabilité de cet événement.



Si tu lances cette pièce
deux fois, combien de
chance qu'elle tombe au
moins une fois sur pile ?





Les triangles semblables

Et le Théorème de Thalès

Qui n'a jamais rêvé un jour, d'atteindre l'inaccessible ?

C'est bien ce défi auquel se sont attaqués les Mathématiciens il y a bien longtemps, en cherchant à mesurer une distance sans la parcourir. La méthode mise en jeu est finalement assez simple mais terriblement efficace.

Aujourd'hui en France, elle porte le nom d'un Mathématicien célèbre. Pourtant, ce sont juste des triangles qui nous permettent de calculer ce que l'on ne peut mesurer.

A trois, on est plus fort !

AVENTURE 10

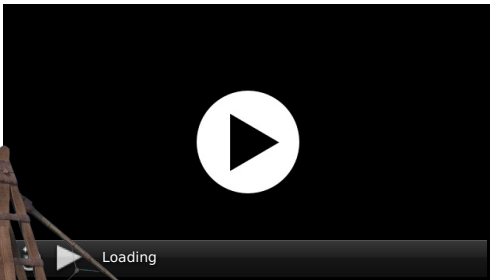


Math & Mesure

Quand les Mathématiques
atteignent l'inaccessible !



THE WALL !



VOTRE MISSION

DÉTERMINER
LA HAUTEUR DE
LA TOUR ?



Que faire avec la corde, l'arc et la flèche ? Action I



How far does the arrow travel?

How far does the arrow travel?

How far does the arrow travel?

How far does the arrow travel?

How far does the arrow travel?



Que faire avec l'épée ?



Action II

„ЗЕМЛЮСЪ ЗНАЮЩА СЪОБЩА“

Laatste al is nogal bij zijn

ἡ ἀποστολή τοῦ ἁγίου

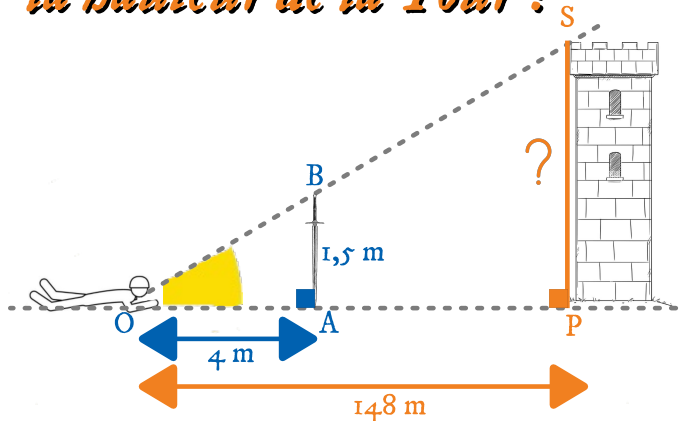
Γεγονός που τον ά'ντηξε

[illegible]

Quelle distance se trouve-t-elle ?



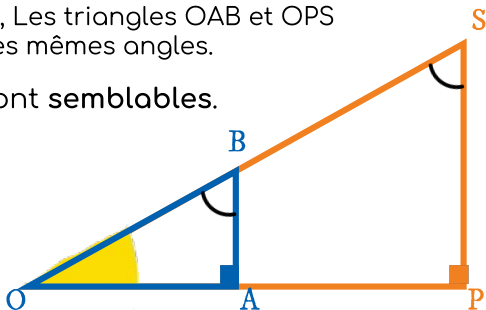
Comment en déduire la hauteur de la Tour ?



Les point O, A et P sont alignés.
Les point O, B et S sont alignés.
Les segments $[AB]$ et $[PS]$ sont parallèles.

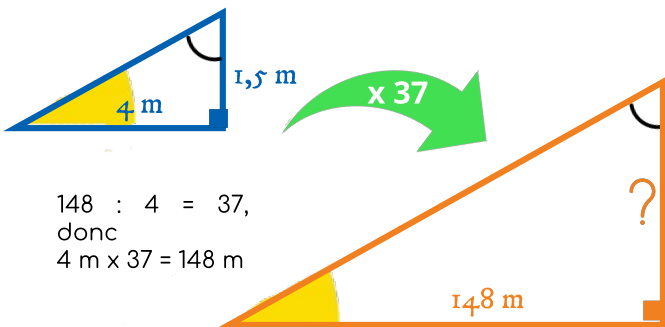
Donc, Les triangles OAB et OPS
ont les mêmes angles.

Ils sont semblables.



Les triangles OAB et OPS ont la même forme sans avoir la même taille. Ils sont semblables.

**LE TRIANGLE OPS
EST COMBIEN DE FOIS PLUS GRAND
QUE LE TRIANGLE OAB ?**



$$148 : 4 = 37,$$

donc

$$4 \text{ m} \times 37 = 148 \text{ m}$$

Le triangle OPS est 37 fois plus grand que le triangle OAB. Donc :

$$? = 1,5 \times 37$$

La Tour mesure 55,5 mètres de hauteur.





**MAIS
QUE
FONT
CES
ÉLÈVES
?**



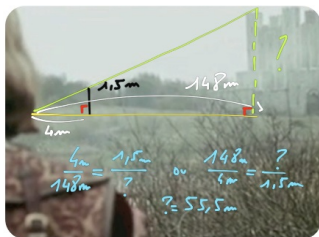
VOICI UN DENDOMÈTRE
DE FRANCK.
A QUOI SERT-IL ET
COMMENT L'UTILISER ?

QUE
PUIS-JE
DÉDUIRE
DE CETTE
EXPÉRIENCE
AVEC MA
FILLE SUR
LES
ÉPAULES ?

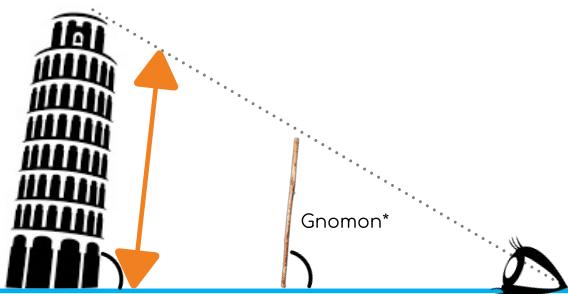


En résumé

Le parallélisme de l'épée au mur du château créé une configuration composée de 2 triangles, ayant les mêmes angles, mais des tailles différentes.



Le parallélisme conserve le rapport des longueurs.



* bâton que l'on plante dans le sol.

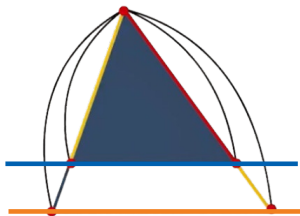
A savoir

Définition : Deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont de même mesure.

Propriétés :

Deux triangles semblables ont leurs côtés homologues proportionnels.

Si deux droites sécantes croisent deux droites parallèles, alors on peut trouver une mesure manquante, à partir de côtés connus.

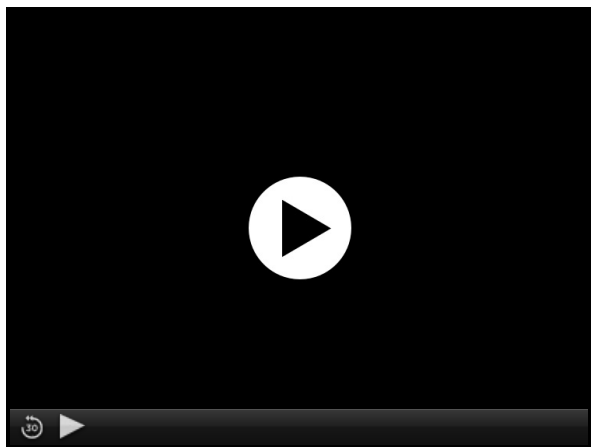


En France, on parle du Théorème de Thalès.

**CE N'EST
PAS LE CAS
PARTOUT !**



$$\frac{\text{red}}{\text{yellow}} = \frac{\text{yellow}}{\text{blue}}$$



VIDÉO RÉALISÉE PAR UN ÉLÈVE

Nombres et calculs

Grandeurs et mesures

SOUVENIRS



- Utiliser les puissances d'exposants strictement positifs d'un nombre pour simplifier l'écriture des produits.
- Effectuer avec des nombres décimaux relatifs, des produits et des quotients.
- Utiliser l'inverse pour calculer.
- Utilisation du tableur.

Puissances



Équations

- Introduire une lettre pour désigner une valeur inconnue et met un problème en équation.
- Tester si un nombre est solution d'une équation.
- Résoudre algébriquement une équation du premier degré.
- Utilisation de Scratch.



Langage littéral

- Identifier la structure d'une expression littérale (somme, produit).
- Utiliser la propriété de distributivité simple pour développer un produit, factoriser une somme ou réduire une expression littérale.
- Démontrer l'équivalence de deux programmes de calcul.
- Calculer avec les nombres rationnels.



- Calculer le volume d'une pyramide, d'un cône.
- Effectuer des conversions d'unités sur des grandeurs composées.
- Utilisation de Scratch.

Pyramides et cônes

Organisation et gestion de données, fonctions

Espace et géométrie



Probabilités et statistiques



- Lire, interpréter et représenter des données sous forme de diagrammes.
- Calculer et interpréter la moyenne et la médiane d'une série de données.
- Utiliser le vocabulaire des probabilités.
- Calculer des probabilités.
- Exprimer des probabilités sous diverses formes.
- Utilisation du tableur-grapheur.

EN ROUTE
POUR LA 3E



Graphiques



- Reconnaître sur un graphique une situation de proportionnalité ou non.
- Produire une formule littérale représentant la dépendance de deux grandeurs.
- Représenter la dépendance de deux grandeurs par un graphique.
- Utiliser un graphique pour lire et interpréter différentes valeurs.
- Utilisation du tableur-grapheur.



Théorème de Thalès



- Utiliser un rapport d'agrandissement ou de réduction pour calculer des longueurs.
- Construire un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée.
- Mettre en œuvre un protocole de construction de figures à partir du théorème de Thalès.
- Résoudre des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.



Proportionnalité



- Calculer une quatrième proportionnelle par la procédure de son choix.
- Utiliser une formule liant deux grandeurs dans une situation de proportionnalité.
- Effectuer des conversions d'unités sur des grandeurs composées.



Théorème de Pythagore



- Comparer, ranger et encadrer des nombres rationnels.
- Encadrer la racine carrée d'un nombre positif entre deux entiers.
- Utiliser les carrés parfaits de 1 à 144.
- Connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif.
- Utiliser la calculatrice pour déterminer la racine carrée d'un nombre.
- Utiliser la racine carrée d'un nombre positif en géométrie.

